

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тольяттинский государственный университет»

**Б1.О.15**

(индекс дисциплины)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Математический анализ 2**

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)

Компьютерные технологии и математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2026

Общая трудоемкость: 6 ЗЕ

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр	2	Итого
Форма контроля	Экзамен	
<b>Вид занятий</b>		
Лекции	32	32
Лабораторные		
Практические	48	48
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	80,35	80,35
Самостоятельная работа	100	100
Контроль	35,65	35,65
<b>Итого</b>	<b>216</b>	<b>216</b>

Рабочую программу составил(и): доцент института цифровых технологий

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

доцент, к.т.н., Сосина Наталья Алексеевна

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

Рецензирование рабочей программы дисциплины:

☐

Отсутствует

☐

Рецензент

---

*(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)*

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2030 г.**

УТВЕРЖДЕНО

На заседании института цифровых технологий

---

(протокол заседания №1 от 05 сентября .2025 г.)

## **1. Цель освоения дисциплины**

Цель освоения дисциплины – формирование представлений о понятиях и методах математического анализа, его месте и роли в системе математических наук, использовании в естественных науках, в прикладной математике и информатике

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина:  
– школьный курс математики.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: - дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, исследование операций, избранные вопросы стохастического анализа, дополнительные главы анализа.

## 3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ОПК -1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: основы математики, вычислительной техники и программирования Уметь: применять знания основ математики, вычислительной техники и программирования Владеть: навыками применения знаний основ математики, вычислительной техники и программирования
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний	Знать: принципы решения стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний Владеть: навыками решения стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.	Владеть навыками работы с учебной и Знать: принципы выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Уметь: принципами выбора методов

<b>Формируемые и контролируемые компетенции</b> (код и наименование)	<b>Индикаторы достижения компетенций</b> (код и наименование)	<b>Планируемые результаты обучения</b>
		<p>решения задач профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>Владеть: навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук</p>

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль1.Основы интегрального исчисления	Лек1.	Задачи, приводящие к понятию определенный интеграл.	2	2			
	Лек2.	Определение. Нижняя и верхняя суммы Дарбу.	2	2			
	Лек3.	Основы интегрального исчисления. Определенный интеграл.	2	2			
	Лек4.	Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной. Условия существования определенного интеграла.	2	2			
	Лек5.	Свойства. Интеграл с переменным верхним пределом.	2	2			
	Лек6	Формула Ньютона-Лейбница.	2				
	Лек7.	Вычисление определенного интеграла. Интегрирование по частям. Приложения определенного интеграла.	2	2			
	Лек8.	Несобственные интегралы I и II рода. Вычисления несобственных интегралов I и II рода.	2	2			
	Пр1	Техника вычисления неопределенного интеграла: замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование дробно рациональных, некоторых иррациональных и	2	16			

		тригонометрических функций.					
	Сам	Самостоятельное изучение материала: подготовка к практическим занятиям, к контрольной работе №1,	2	30			
	Пр2	Вычисление определенного интеграла, геометрические и физические приложения определенного интеграла.	2	10	20		Контрольная работа №1 «Основы интегрального исчисления».
	Сам.	Самостоятельная работа с онлайн-контентом в системе Росдистант «Анализ формулировки и доказательство некоторых теорем, сформулированных на лекциях по дифференциальному исчислению»	2	10			
	Сам	Выполнение индивидуальной работы №1.	2	10	20		Практические задания по теме «Основы интегрального исчисления»
Модуль 2. Ряды	Лек.9	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.	2	2			
	Лек 10	Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница Абсолютная и условная сходимость ряда. Функциональные ряды. Мажорирующий ряд.	2	2			
	Лек 11	Почленное интегрирование и дифференцирование рядов. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды.	2	2			

	Пр3	Вычисление суммы числового ряда. Выполнение необходимого признака сходимости.	2	2			
	Пр4	Исследование на сходимость числовых рядов с помощью достаточных признаков сходимости.	2	2			
	Пр5	Исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных числовых рядов. Исследование на сходимость функциональных рядов.	2	2			
	Сам	Самостоятельное изучение материала: подготовка к практическим занятиям, к контрольной работе №2	2	15			
	Пр.6	Разложение функций в ряд Тейлора. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	2	2	20		Контрольная работа №2 «Ряды»
	Сам	Самостоятельная работа с онлайн-контентом в системе Росдистант «Анализ формулировки и доказательство некоторых теорем, сформулированных на лекциях по дифференциальному исчислению»	2	5			
	Сам	Выполнение индивидуальной работы №2	2	5	20		Практические задания по теме «Ряды»
Модуль3 Основы дифференциального	Лек12	Область определения функции нескольких переменных. Линии уровня. Частное и полное	2	2			

и интегрального исчисления функций нескольких переменных		приращение функций многих переменных					
	Лек13	Дифференцируемость Предел функции нескольких переменных. Непрерывность. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	2	2			
	Лек14	Дифференциал функции нескольких переменных Неявные функции от одной переменной и неявные функции многих переменных	2	2			
	Лек15	Экстремумы функций нескольких переменных. Задачи о наибольших и наименьших значениях.	2	4			
	Лек16	Производная по направлению. Градиент	2	2			
	Пр7	Решение задач на определение области определения функции нескольких переменных, нахождение линий уровня.	2	4			
	Пр8	Вычисление предела функции нескольких переменных.	2	2			
	Пр9	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	2	2			
	Пр10	Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.	2	2			
	Пр.11	Исследования на экстремум функций двух переменных	2	2			
	.Сам	Самостоятельная работа с онлайн- контентом в системе Росдистант «Анализ формулировки и доказательство некоторых теорем,	2	5			



		сформулированных на лекциях по теории пределов.».					
	Сам	Выполнение индивидуальной работы 3	2	5	20		Практические задания «Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных»
	Итоговый тест				100		
	Промежуточная аттестация		2	0.35			
	Контроль		2	35,65			
	<b>Итого:</b>			<b>216</b>	<b>200/2=100</b>		

**Схема расчета итогового балла:** текущий рейтинг (все занятия и промежуточные тесты) + Результат итогового теста, полученная сумма делится на 2

## **5. Образовательные технологии**

Образовательные технологии: информационная лекция и практические занятия в форме практикума.

Самостоятельная работа студентов предполагает работу с онлайн-контентом для каждого из изучаемых в семестре разделов по теории пределов и дифференциальному исчислению. Онлайн-контенты содержат анализ и доказательства некоторых теорем, которые ввиду ограниченности лекционного времени не приводились. В онлайн-контенты включены интерактивные задания, решение которых требует глубоких знаний теоретического материала.

Самостоятельная работа студентов предусматривает также выполнение трех индивидуальных домашних заданий; подготовку к выполнению двух аудиторных контрольных работ, к практическим занятиям, к тестированию.

В дисциплине также используется **онлайн-контент на платформе «Росдистант»**, что позволяет сочетать очные занятия и онлайн-обучение. Студентам предоставляется доступ к видеолекциям, интерактивным тренажерам, тестам и другим онлайн-материалам, которые помогают углубить понимание теоретического материала и отработать практические навыки.

## **6. Методические указания по освоению дисциплины**

Для того, чтобы освоить дисциплину необходимо посещать лекции, так как лекции по «Математическому анализу» позволяют дать связанное, последовательное изложение материала, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде.

При конспектировании лекций студентам необходимо излагать услышанный материал кратко, своими словами, обращая внимание, на логику изложения материала, аргументацию и приводимые примеры. Необходимо выделять важные места в своих записях. Если непонятны какие-либо моменты, необходимо записывать свои вопросы, постараться найти ответ на них самостоятельно. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, впоследствии необходимо либо на следующей лекции, либо на практическом занятии или консультации обратиться к ведущему преподавателю за разъяснениями. Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы. Лекционный материал следует просматривать в тот же день. Каждая тема имеет свои специфические термины и определения. Усвоение материала необходимо начинать с усвоения этих понятий. Если какое-либо понятие вызывает затруднения, необходимо посмотреть его суть и содержание в словаре (Интернете), выписать его значение в тетрадь для подготовки к занятиям. При подготовке материала необходимо обращать внимание на точность определений, последовательность изучения материала, аргументацию, собственные примеры, анализ конкретных ситуаций. Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки.

Изучение дисциплины «Математический анализ» предполагает посещение обучающимися не только лекций, но и практических занятий. Практические занятия со студентами предназначены для проверки усвоения ими теоретического материала дисциплины. Основные цели практических занятий: - закрепить основы математического анализа; - проверить уровень усвоения и понимания студентами вопросов, рассмотренных на лекциях и самостоятельно по учебной литературе; - восполнить пробелы в пройденной теоретической части курса и оказать помощь в его усвоении. На практических занятиях решаются задачи из разделов по основным разделам математического анализа. В процессе решения типовых задач раскрывается содержание курса, изучаются основы и сущность понятий математического анализа. Для контроля знаний, полученных в процессе освоения дисциплины на практических занятиях обучающиеся выполняют индивидуальные и контрольные работы.

Для успешного освоения курса «Математический анализ» необходима самостоятельная работа. В настоящее время актуальными становятся требования к личным качествам современного студента – умению самостоятельно пополнять и обновлять знания, вести самостоятельный поиск необходимого материала, быть творческой личностью. Самостоятельную работу по освоению дисциплины обучающимся осуществляют с помощью конспектов лекций и практических занятий, а также с помощью основной и дополнительной литературы, рекомендованной для самостоятельной работы. Самостоятельная учебная деятельность является необходимым условием успешного обучения. Многие профессиональные навыки, способность мыслить и обобщать, делать выводы и строить суждения, выступать и слушать других, – все это развивается в процессе самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа по освоению дисциплины включает: - самостоятельное изучение разделов; - самоподготовку (проработку и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовку к практическим занятиям; - выполнение индивидуальных работ; работу с онлайн-контентом. Рекомендуемую дополнительную литературу следует прорабатывать после изучения данной темы по учебнику и материалам лекции.

## 7. Оценочные средства

### 7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
2	ОПК-1	Контрольная работа №1 «Основы интегрального исчисления». Практические задания, проверяемые на платформе Росдистант по теме «Основы интегрального исчисления» Контрольная работа №2 «Ряды» Практические задания, проверяемые на платформе Росдистант по теме «Ряды» Практические задания, проверяемые на платформе Росдистант по теме «Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных» Итоговый тест по курсу через ЦТ.

### 7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

#### 7.2.1. Практические задания по теме «Основы интегрального исчисления».

##### Типовые примеры заданий

**Задание 1.** Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием:

$$1) \int \frac{x^3 + 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt[4]{x}} dx; \quad 2) \int e^{-5x+1} dx; \quad 3) \int \cos\left(\frac{x}{4} + 3\right) dx; \quad 4) \int \frac{2 dx}{x^2 - 6}.$$

**Задание 2.** Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{x dx}{\sqrt{2+4x^2}}; \quad 2) \int \frac{x^2}{x^2-3} dx; \quad 3) \int \operatorname{ctg} 3x dx; \quad 4) \int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad 5) \int 2^{x^2+3} x dx; \quad 6) \int \frac{x+6}{(x-2)^5} dx; \quad 7) \int \frac{x^3+5x+6}{x+3} dx; \quad 8) \int \operatorname{tg} 3x dx; \quad 9) \int (x+3)e^{4x} dx; \quad 10) \int x \cos(1-3x) dx; \quad 11) \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx; \quad 12) \int \sqrt[5]{x} \ln x dx; \quad 13) \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx; \quad 14) \int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x}}{6\sqrt[4]{x}} dx; \quad 15) \int \cos^3 x dx; \quad 16) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x}+1}; \quad 17) \int \frac{dx}{x^2+7x-4}; \quad 18) \int \frac{2x-1}{x^2-x+1} dx; \quad 19) \int \frac{3x+1}{x^2+5x-3} dx; \quad 20) \int \frac{x dx}{(1+x)(2x-3)}; \quad 21) \int \frac{3x^2+6}{x^3+x^2-2x} dx; \quad 22) \int \frac{dx}{x^3+8}; \quad 23) \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx; \quad 24) \int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}; \quad 25) \int \frac{dx}{\sin^2 x (1-\cos x)}; \quad 26) \int \sqrt{256-x^2} dx; \quad 27) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}; \quad 28) \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x\sqrt[4]{x^3}} dx; \quad 29) \int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}.$$

**Задание 3.** Вычислить определенные интегралы:

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos 2x} dx; \quad 2) \int_0^1 (x^2 + \sqrt[3]{x}) dx; \quad 3) \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} dx; \quad 4) \int_{-2}^0 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}; \quad 6) \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+4}}; \quad 7) \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})} \quad 8) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arctg 3} \frac{dx}{(3\operatorname{tg} x+5)\sin 2x}.$$

**Задание 4.** Приложения определенного интеграла

1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной  $y = (x-2)^3$ ,  $y = 4x-8$ .

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями:

$$\begin{cases} x = 4\sqrt{2}\cos^3 t \\ y = 2\sqrt{2}\sin^3 t \end{cases} \text{ и } x=2 \quad (x \geq 2).$$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах:  $r = 4\cos 3\phi$ ,  $r = 2$  ( $r \geq 2$ ).

4) Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат:  $y = \ln x$ , ( $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ ).

5) Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

6) Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах:

$$\rho = 3e^{3\phi/4}, \quad (-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2).$$

7) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1, \quad z = y, \quad z = 0 \quad (y \geq 0)$$

8) Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной  $y = -x^2 + 5x - 6$ ,  $y = 0$ .

#### Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 5.5 до 7.5 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 3 до 5 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 2 баллов.

#### Темы письменных работ

№ п/п	Темы
1	Контрольная работа «Основы интегрального исчисления».

#### Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа включает в себя 11 заданий, девять из которых на вычисление предела, два на исследование на непрерывность функций. Контрольная работа рассчитана на один астрономический час и двадцать минут или два академических часа.

#### Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 16 до 20 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 11 до 15 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий - от 6 до 10 баллов;

- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 5 баллов

## 7.2.2. Практические задания по теме «Основы дифференциального исчисления».

### Типовые примеры заданий

**Задание 1.** Найти производные следующих функций:

1.  $y = 5x^3 - 2x^2 - \frac{x}{2} + \frac{8}{x} + \sqrt[3]{x} - 5$ ;

2.  $y = \frac{1}{2x^3} - \frac{3}{x^2} + \sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x^3}}$ ;

3.  $y = (1 - t^2) \sin t + (t^2 + 1) \arcsin t$ ;

4.  $u = \frac{1 - v^3}{v^2 + 1}$ ;

5.  $y = \frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x + 1}$ ;

6.  $y = \frac{1}{\arccos x + \operatorname{tg} x}$ ;

7.  $y = 5^{\operatorname{tg}^2(\frac{x+3}{\sqrt{2}})}$ ;

8.  $y = \sin \frac{\arccos x}{2}$ ;

9.  $y = \sqrt{\arcsin \frac{x-2}{x}}$ ;

10.  $y = \sqrt{\operatorname{arctg} x^3 \cdot e^{3x}}$ ;

11.  $y = 2 \arcsin 6x - 3 \ln(2x + \sqrt{1 - 4x^2})$ ;

12.  $f(t) = \ln(e^{-t} \cos t + e^t \sin t)$  найти  $f'(0) + f(0)$ ;

13.  $y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{2+x^2}}$ ;

14.  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}$ .

**Задание 2.** Найти производные второго порядка:

а)  $y = \frac{1 - x^2 + 3x}{1 + 2x^5 - x}$ ;

б)  $y = x \cdot \arcsin^2 x - x^2 \arcsin x$ .

**Задание 3.** Найти производную  $y'_x$  из уравнений:

а)  $3\sqrt{y} - \sqrt[3]{x} + \sqrt{5} = x$ ;

б)  $\operatorname{arctg}(x^2 + y^2) = 2 \ln\left(\frac{y}{x}\right)$ ; в)  $\frac{x - y^2}{xy} = 2$ .

**Задание 4.** Найти  $\frac{dy}{dx}$  для параметрически заданных функций:

а)  $\begin{cases} x = a \sin t - \cos t, \\ y = \dots \end{cases}$ ;

б)  $\begin{cases} x = 3t^2 - e^t, \\ y = \dots \end{cases}$ ;

Найти  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ :

**Задание 5.** Найти

а)  $\operatorname{ctg}(x - y) = xy$ ,

б)  $\begin{cases} y = \ln(1 - t^3), \\ x = \dots \end{cases}$

**Задание 6.** Написать уравнения касательной и нормали к кривой  $y = (x + 5) \cdot \sqrt[3]{4 - x}$  в точке  $(3; 8)$ .

**Задание 7.** Написать выражение для дифференциала функции  $y = \operatorname{cth}^4(\sin x^3) + (x^2 - 1)^7$ .

**Задание 8.** Вычислить приближенно:

а)  $y = \sqrt{1 + 2x}$  при  $x = -0,03$ ;

б)  $\cos 89^\circ$ .

### 7.2.3. Практические задания по теме «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

#### Типовые примеры заданий

$$z = \frac{3xy}{2x-5y}.$$

**Задание 1.** Найти область определения функции:

**Задание 2.** Найти частные производные и частные дифференциалы функции:

$$z = \ln(y^2 - e^{-x}).$$

**Задание 3.** Вычислить значения частных производных  $f'_x(M_0)$ ,  $f'_y(M_0)$ ,  $f'_z(M_0)$  для

функции  $f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  в точке  $M_0(0; -1; 1)$  с точностью до двух знаков после запятой.

**Задание 4.** Найти полные дифференциалы функции:  $z = 2x^3y - 4xy^5$ .

**Задание 5.** Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$  в точке  $M_0(2; 1; -1)$ .

**Задание 6.** Найти вторые частные производные функции  $z = e^{x^2 - y^2}$ .

Убедиться в том, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ .

$$u = \frac{y}{x}$$

**Задание 7.** Проверить, удовлетворяет ли данному уравнению функция

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

**Задание 8.** Исследовать на экстремум функцию  $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$ .

**Задание 9.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 3x + y - xy$  в области  $D$ , ограниченной линиями  $y = x$ ,  $y = 4$ ,  $x = 0$ .

#### Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 5.5 до 7.5 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 3 до 5 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 2 баллов.

№ п/п	Темы
1	Контрольная работа «Основы дифференциального исчисления»

#### Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа включает в себя 5 заданий. В первом задании требуется вычислить производные сложных функций, в том числе и показательно степенной. Во втором задании требуется составить уравнения касательной и нормали к кривой в заданной точке. В третьем задании требуется вычислить приближенное значение функции в заданной точке с помощью дифференциала. В четвертом и пятом заданиях требуется найти производные функций, заданных параметрически и неявно. Контрольная работа рассчитана на один астрономический час и двадцать минут или два академических часа.

#### Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 16 до 20 баллов;
- верное выполнение 60%-79% заданий - от 11 до 15 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий - от 6 до 10 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 5 баллов.

### 7.2.4. Практические задания по теме «Исследование функций и построение графиков».

#### Типовые примеры заданий

**Задание 1.** Найти наибольшие и наименьшие значения функции  $y=(2x-1)^2(2x-3)^2$  на отрезке  $[1;3]$ .

**Задание 2.** Исследовать функции и построить графики:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= (2x-1)^2(2x-3)^2; \quad \text{б) } y = x^2(x-8); \quad \text{в) } y = \frac{2x^3-3x^2-2x+1}{1-3x^2}; \\ \text{г) } y &= \left(\frac{5x+1}{x-2}\right)^2; \quad \text{д) } y = \frac{4x}{(x+1)^2}; \quad \text{е) } y = \ln \frac{x+3}{x} - 3; \quad \text{ж) } y = x + \arctg x \end{aligned}$$

### 7.2.5. Практические задания по теме «Ряды».

#### Типовые примеры заданий

**Задание 1.** Исследовать на сходимость:

$$\begin{aligned} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n(n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^3}{2n^3-1}\right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\frac{1}{n}}}{n^2}; \\ \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n-3}}; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{2^{n-1}(n+1)}; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+100}; \\ \text{ж) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1}\right)^{n+1}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2}. \end{aligned}$$

**Задание 2.** Исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную (условную) сходимость:

$$\begin{aligned} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{5n}. \end{aligned}$$

**Задание 3.** Найти область сходимости степенного ряда:

$$\begin{aligned} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(x+2)^n}{n+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} x^n}{n!}. \end{aligned}$$

**Задание 4.** Вычислить сумму ряда с точностью  $\alpha$  :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n(2n+1)}, \alpha = 0,001.$$



**Задание 5.** Записать ряд Тейлора для  $y = (5+x)e^x$  по степеням  $x$ .

**Задание 6.** Вычислить приближенно  $\sqrt{1,009}$ .

**Задание 7.** Вычислить интеграл (взять три ненулевых первых члена и определить

погрешность замены):  $\int_0^{\frac{1}{2}} \cos \frac{x}{4} dx$ .

**Задание 8.** Решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях:  
 $y'' - y \sin x + y = 1, y(0) = 1, y'(0) = 2$ .

**Задание 9.** Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ :

а)  $f(x) = \left| \sin \frac{x}{3} \right|, -\pi < x < \pi;$  б)  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & 1 < x < 2 \end{cases}$  по  $\cos x$ .

#### Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 5.5 до 7.5 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 3 до 5 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 2 баллов.

№ п/п	Темы
1	Контрольная работа «Ряды»

#### Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа включает в себя 3 задания. В первом задании требуется исследовать на сходимость числовой ряд. Во втором задании требуется исследовать на сходимость степенной ряд. В третьем задании требуется вычислить. В третьем задании – интегрирование с помощью степенных рядов.

#### Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 16 до 20 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 11 до 15 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий - от 6 до 10 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 5 баллов.

#### 7.2.6. Тест итоговый по курсу «Математический анализ 2»

(наименование оценочного средства)

#### Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

##### Задание №1

Найти интеграл  $\int x \sin x dx$  с помощью формулы интегрирования по частям.

Правильный ответ:  $\sin x - x \cos x + C$

##### Задание №2

Заполните пропуск: вставьте пропущенный символ.

Дробь вида  $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$  называется правильной, если в ней выполняется условие  $n < m$ .  
 Правильный ответ:  $<$ .

### Задание №3

Найти семейство первообразных, определяемое интегралом  $\int \frac{A}{x-a} dx =$ , где A и a – действительные числа:

Правильный ответ:  $A \ln |x-a| + c$

### Задание №4

Найти семейство первообразных, определяемое интегралом  $\int \frac{A}{(x-a)^k} dx =$ , где A и a – действительные числа:

Правильный ответ:  $-\frac{A}{(k-1)(x-a)^{k-1}} + c$

### Задание №5

Найти интеграл  $\int 3^x 27^{\frac{x}{3}} dx$

Правильный ответ:  $\frac{9^x}{\ln 9} + c$ .

### Задание №6

Найти интеграл  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ .

Правильный ответ:  $\ln|e^x - 1| + C$

### Задание №7

Вычислить интеграл  $\int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx$ .

Правильный ответ: -2

### Задание №8

Вычислить интеграл  $\int_1^4 \frac{dx}{x+3}$ .

Правильный ответ:  $\ln \frac{7}{4}$ .

### Задание 9

Установить соответствие между интегралом и подстановкой, с помощью которой можно получить под знаком интеграла функцию рациональную относительно переменной t.

1.  $\int \frac{\sin^2 x \cdot dx}{\cos^2 x + 5};$

2.  $\int \frac{\sin^2 x \cdot dx}{\cos^3 x};$

3.  $\int \frac{\sin^3 x \cdot dx}{\cos^2 x};$

4.  $\int \frac{\sin x \cdot dx}{\sin^2 x + 3 \cos x}.$

- ✓  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t;$
- ✓  $\operatorname{tg} x = t;$
- ✓  $\cos x = t;$
- ✓  $\sin x = t.$

Правильный ответ:

1.  $\operatorname{tg} x = t;$
2.  $\sin x = t;$
3.  $\cos x = t;$
4.  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t.$

### Задание 10

Пусть кривая задана параметрически  $\begin{cases} x = \omega(t), \\ y = \psi(t) \end{cases}$  при изменении  $t$  на отрезке  $[\alpha, \beta]$ .

Предположим, что существуют непрерывные производные  $\omega'(t)$ ,  $\psi'(t)$  и  $\omega'(t) \neq 0$ . Установить соответствие между предложенной задачей и формулой для решения задачи.

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривой и осью  $OX$ , при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .
2. Вычислить объем тела, получаемого при вращении вокруг оси  $OX$  плоской фигуры, ограниченной кривой и осью  $OX$ , при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .
3. Вычислить длину дуги кривой при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .

- ✓  $\int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \cdot \omega'(t) dt;$
- ✓  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\psi'^2(t) + \omega'^2(t)} dt;$
- ✓  $\pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) \cdot \omega'(t) dt;$

Правильный ответ:

- 1)  $\int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \cdot \omega'(t) dt;$
- 2)  $\pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) \cdot \omega'(t) dt;$
- 3)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\psi'^2(t) + \omega'^2(t)} dt.$

### Задание 11

Перечислить этапы вычисления интеграла  $\int R(x) dx = \int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx$

- ✓ разложить дробную часть  $R(x)$  на элементарные дроби
- ✓ сравнить значения  $m$  и  $n$
- ✓ если  $m > n$ , то выделить целую и дробную часть в подынтегральной функции
- ✓ проинтегрировать целую и дробную часть  $R(x)$
- ✓ воспользоваться методом неопределенных коэффициентов

*Правильный ответ:*

1. Сравнить значения  $m$  и  $n$ .
2. Если  $m > n$ , то выделить целую и дробную часть в подынтегральной функции  $R(x)$ .
3. Разложить дробную часть  $R(x)$  на сумму «элементарных дробей».
4. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов.
5. Проинтегрировать целую и дробную часть  $R(x)$ .

### **Задание 12**

Из предложенных интегралов выбрать те, в которых при интегрировании по частям следует обозначить многочлен  $P(x)$  через  $u$  ( $u = P(x)$ ).

1.  $\int P(x) e^{ax} dx$ ,
2.  $\int P(x) \arcsin x dx$ ,
3.  $\int P(x) \ln x dx$ ,
4.  $\int P(x) \sin(ax) dx$ ,
5.  $\int P(x) \arctg x dx$ .

*Правильный ответ:*

- ✓  $\int P(x) e^{ax} dx$ ,
- ✓  $\int P(x) \sin(ax) dx$ .

### **Задание №13**

Вычислить интеграл  $\int_0^5 \sqrt{7x+1} dx$ .

*Правильный ответ:*  $20 \frac{10}{21}$ .

### **Задание №14**

Вычислить интеграл  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$ .

*Правильный ответ:*  $\ln 2$

### **Задание №15**

Вычислить интеграл  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{x^2 + 1}$ .

*Правильный ответ:*  $\ln \sqrt{2} - 2$

### **Задание №16**

Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями  $y = x^2 - 4$ ,  $y = -2(x - 2)$ .

*Правильный ответ:* 36.

### **Задание №17**

Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 1 - x$

*Правильный ответ:*  $\frac{1}{6}$

**Задание №18**

Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2}$  или установить расходимость.

*Правильный ответ:* Интеграл сходится к числу 2.

**Задание №19**

Вычислить несобственный интеграл  $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x}$  или установить расходимость.

*Правильный ответ:* Интеграл расходится.

**Задание №20**

Вычислить несобственный интеграл  $\int_3^{\infty} \frac{dx}{(x-1)^2}$  или установить расходимость.

*Правильный ответ:* Интеграл сходится к числу 1/2.

**Задание 21**

Из предложенных интегралов выбрать те, в которых при интегрировании по частям следует обозначить многочлен  $P(x)$  через  $u$  ( $u = P(x)$ ).

6.  $\int P(x) e^{ax} dx,$
7.  $\int P(x) \arcsin x dx,$
8.  $\int P(x) \ln x dx,$
9.  $\int P(x) \sin(ax) dx,$
10.  $\int P(x) \arctg x dx.$

*Правильный ответ:*

- ✓  $\int P(x) e^{ax} dx,$
- ✓  $\int P(x) \sin(ax) dx.$

**Задание 22**

Из предложенных интегралов выбрать те, в которых при интегрировании по частям следует обозначить многочлен  $P(x) dx$  через  $dv$  ( $dv = P(x) dx$ )

1.  $\int P(x) e^{ax} dx,$
2.  $\int P(x) \arcsin x dx,$
3.  $\int P(x) \ln x dx,$
4.  $\int P(x) \sin(ax) dx,$
5.  $\int P(x) \arctg x dx.$

*Правильный ответ:*

- ✓  $\int P(x) \arcsin x dx,$
- ✓  $\int P(x) \ln x dx,$
- ✓  $\int P(x) \arctg x dx.$

**Задание 23**

Выбрать семейство первообразных соответствующее интегралу  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx.$

- ✓  $f(x) + C$

✓  $\ln|f(x)| + C$

✓  $\frac{1}{f(x)} + C$

✓  $\sqrt{f(x)} + C$

Правильный ответ:  $\ln|f(x)| + C$ .

#### Задание 24

Функция  $F(x)$  называется первообразной функции  $f(x)$  на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство:

✓  $f'(x) = F(x)$

✓  $\int F(x) dx = f(x) + c$

✓  $F'(x) = f(x)$

✓  $\int dF(x) = F(x)$

Правильный ответ:  $F'(x) = f(x)$

#### Задание 25

Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x^3}$ :

✓  $-3x^{-4} + c$

✓  $-\frac{1}{2x^2} + c$

✓  $\frac{x^2}{2} + c$

✓  $\frac{1}{2x^2} + c$

Правильный ответ:  $-\frac{1}{2x^2} + c$

#### Задание 26

Интеграл  $\int (x+2)^2 dx$  равен:

✓  $\frac{(x+2)^2}{3} + c$

✓  $\frac{x^3}{3} + 4x + c$

✓  $\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + c$

✓  $2x^2 + 4x + c$

Правильный ответ:  $\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + c$

#### Задание 27

Найти интеграл  $\int \frac{dx}{7x-5}$ :

✓  $-\frac{1}{(7x-5)^2} + c$

✓  $\ln|7x-5| + c$

✓  $\frac{1}{7}\ln(7x-5) + c$

✓  $\frac{1}{7}\ln|7x-5| + c$

Правильный ответ:  $\frac{1}{7}\ln|7x-5| + c$

### Задание 28

Найти интеграл  $\int 3^x 27^{\frac{x}{3}} dx$ :

✓  $\frac{9^x}{\ln 9} + c$

✓  $9^x \ln 9 + c$

✓  $\frac{3^x}{\ln 3} \frac{27^{\frac{x}{3}}}{3 \ln 27} + c$

✓  $\frac{2 \cdot 3^x}{\ln 3} + c$

Правильный ответ:  $\frac{9^x}{\ln 9} + c$

### Задание 29

Найти интеграл  $\int (6x^2 + 8x + 3) dx$ :

✓  $2x^3 + 4x^2 + 3 + C$

✓  $2x^3 + 4x^2 + 3x + C$

✓  $2x^3 + 4x + 3 + C$

✓  $2x^3 + 2x^2 + 3x + C$

Правильный ответ:  $2x^3 + 4x^2 + 3x + C$

### Задание 30

Найти интеграл  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ :

✓  $e^x \ln|e^x - 1| + C$

✓  $\ln|e^x - 1| + C$

✓  $\frac{1}{2} \ln|e^x - 1| + C$

✓  $\ln|e^x - e^{-x}| + C$

Правильный ответ:  $\ln|e^x - 1| + C$

### Задание 31

Найти интеграл  $\int \operatorname{tg} x \, dx$ :

- ✓  $\ln|\cos x| + C$
- ✓  $\ln|\sin x| + C$
- ✓  $\ln|\cos x + 1| + C$
- ✓  $-\ln|\cos x| + C$

Правильный ответ:  $-\ln|\cos x| + C$

### Задание 32

Введите коэффициент  $k$  в первообразной, целым числом:

$$\int (7 - 3x)^{23} dx = \frac{1}{k} (7 - 3x)^{24} + c$$

Ответ введите целым числом (если число отрицательное, с указанием знака - без пробела):

Правильный ответ: -72

### Задание 33

Установить соответствие между интегралом и подстановкой, с помощью которой можно получить под знаком интеграла функцию рациональную относительно переменной  $t$ .

- 5.  $\int \frac{\sin^2 x \cdot dx}{\cos^2 x + 5};$
- 6.  $\int \frac{\sin^2 x \cdot dx}{\cos^3 x};$
- 7.  $\int \frac{\sin^3 x \cdot dx}{\cos^2 x};$
- 8.  $\int \frac{\sin x \cdot dx}{\sin^2 x + 3 \cos x}.$
- ✓  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t;$
- ✓  $\operatorname{tg} x = t;$
- ✓  $\cos x = t;$
- ✓  $\sin x = t.$

Правильный ответ:

- 5.  $\operatorname{tg} x = t;$
- 6.  $\sin x = t;$
- 7.  $\cos x = t;$
- 8.  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t.$

### Задание 34

Пусть кривая задана параметрически  $\begin{cases} x = \omega(t), \\ y = \psi(t) \end{cases}$  при изменении  $t$  на отрезке  $[\alpha, \beta]$ .

Предположим, что существуют непрерывные производные  $\omega'(t)$ ,  $\psi'(t)$  и  $\omega'(t) \neq 0$ . Установить соответствие между предложенной задачей и формулой для решения задачи.

- 4. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривой и осью  $OX$ , при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .



5. Вычислить объем тела, получаемого при вращении вокруг оси ОХ плоской фигуры, ограниченной кривой и осью ОХ, при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .
6. Вычислить площадь поверхности, получаемой при вращении вокруг оси ОХ плоской фигуры, ограниченной кривой и осью ОХ при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .
7. Вычислить длину дуги кривой при изменении  $t$  от  $\alpha$  до  $\beta$ .

$$\checkmark \quad 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \cdot \sqrt{\psi'^2(t) + \omega'^2(t)} dt;$$

$$\checkmark \quad \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \cdot \omega'(t) dt;$$

$$\checkmark \quad \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\psi'^2(t) + \omega'^2(t)} dt;$$

$$\checkmark \quad \pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) \cdot \omega'(t) dt;$$

Правильный ответ:

$$1) \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \cdot \omega'(t) dt;$$

$$2) \pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) \cdot \omega'(t) dt;$$

$$3) 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi(t) \cdot \sqrt{\psi'^2(t) + \omega'^2(t)} dt;$$

$$4) \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\psi'^2(t) + \omega'^2(t)} dt.$$

### Задание 35

Найти соответствие между числовыми рядами и утверждениями:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 3}{7+2n};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7+2n^3}{49+6n};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8n^3+1}{2n^3-4};$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1001n}{5-4n^3}.$$

$$\checkmark \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4, \text{ ряд расходится};$$

$$\checkmark \quad \text{ряд сходится по теореме Лейбница};$$

$$\checkmark \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \text{ для определения сходимости или расходимости требуются дополнительные исследования};$$

$$\checkmark \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty, \text{ ряд расходится}.$$

Правильный ответ:

1. ряд сходится по теореме Лейбница;

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ , ряд расходится;

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$ , ряд расходится;

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , для определения сходимости или расходимости требуются дополнительные исследования.

### Задание 36

Перечислить этапы вычисления интеграла  $\int R(x) dx = \int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx$

- ✓ разложить дробную часть  $R(x)$  на элементарные дроби
- ✓ сравнить значения  $m$  и  $n$
- ✓ если  $m > n$ , то выделить целую и дробную часть в подынтегральной функции
- ✓ проинтегрировать целую и дробную часть  $R(x)$
- ✓ воспользоваться методом неопределенных коэффициентов

Правильный ответ:

6. Сравнить значения  $m$  и  $n$ .
7. Если  $m > n$ , то выделить целую и дробную часть в подынтегральной функции  $R(x)$ .
8. Разложить дробную часть  $R(x)$  на сумму «элементарных дробей».
9. Воспользоваться методом неопределенных коэффициентов.
10. Проинтегрировать целую и дробную часть  $R(x)$ .

### Задание 37

Из перечисленных рядов указать все сходящиеся ряды

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{7n}$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^7}$
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{n}}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7n}$
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{n^7+1}$

Правильный ответ:

- ✓  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{7n}$  - ряд Лейбница;
- ✓  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^7}$  - обобщенный гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ , где  $p > 1$ .

### Задание 38

Из перечисленных рядов указать все ряды, сходящиеся абсолютно.

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n-2)}{8n^3-1}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{8n}}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{27n^3}}$$

Правильный ответ:

$$\checkmark \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}$$

$$\checkmark \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n-2)}{8n^3-1}$$

$$\checkmark \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{27n^3}}$$

### Задание 39

Из предложенных интегралов выбрать те, в которых при интегрировании по частям следует обозначить многочлен  $P(x)$  через  $u$

( $u=P(x)$ ).

$$1. \int P(x) e^{ax} dx,$$

$$2. \int P(x) \arcsin x dx,$$

$$3. \int P(x) \ln x dx,$$

$$4. \int P(x) \sin(ax) dx,$$

$$5. \int P(x) \arctg x dx.$$

Правильный ответ:

$$\checkmark \int P(x) e^{ax} dx,$$

$$\checkmark \int P(x) \sin(ax) dx.$$

### Задание 40

Выбрать семейство первообразных соответствующее интегралу  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ .

$$\checkmark f(x)+C$$

$$\checkmark \ln|f(x)|+C$$

$$\checkmark \frac{1}{f(x)}+C$$

$$\checkmark \sqrt{f(x)}+C$$

Правильный ответ:  $\ln|f(x)|+C$ .

### Задание 41

Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности:

$$x^2+2y^2+3z^2=6 \text{ в точке } M_o(1;-1;1).$$

Решение

Введем функцию  $F(x; y; z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 6$ .

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x; \quad \frac{\partial}{\partial x} F(M_0) = 2;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 4y; \quad \frac{\partial}{\partial y} F(M_0) = -4;$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = 6z; \quad \frac{\partial}{\partial z} F(M_0) = 6.$$

Для составления уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x; y; z)$ , проходящих через точку  $M_0$  воспользуемся формулами:

$$\frac{\partial}{\partial x} F(M_0) \cdot (x - x_0) + \frac{\partial}{\partial y} F(M_0) \cdot (y - y_0) + \frac{\partial}{\partial z} F(M_0) \cdot (z - z_0) = 0;$$

$$\frac{x - x_0}{\frac{\partial}{\partial x} F(M_0)} = \frac{y - y_0}{\frac{\partial}{\partial y} F(M_0)} = \frac{z - z_0}{\frac{\partial}{\partial z} F(M_0)}.$$

Ответ

Уравнение искомой касательной плоскости:

$$2x - 4y + 6z = 12 \text{ или } x - 2y + 3z = 6.$$

Уравнение нормали

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{6} \text{ или } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}.$$

#### Задание 42

Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ .

Решение

Функция  $z(x; y)$  определена на всем пространстве  $R^2$ .

Определим критические точки:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y - 6$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x + 2y - 9$$

$$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0, \\ x + 2y - 9 = 0. \end{cases}$$

Критическая точка одна, это стационарная точка  $M_0(1; 4)$ .

Проверим выполнимость достаточного условия существования экстремума в точке  $M_0(1; 4)$ .

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3 > 0.$$

Неравенства  $\Delta > 0$  и  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2 > 0$  выполняются во всех точках пространства  $R^2$ , а значит

выполняются и в самой точке  $M_0(1; 4)$ .

Это говорит о том, что точка  $M_0(1; 4)$  является точкой локального минимума:  $z_{m \in \mathbb{R}^2}(1; 4) = -21$ .

Ответ

$$z_{m \in \mathbb{R}^2}(1; 4) = -21.$$

Установить какие из точек  $A(3;-1)$ ,  $B(4;5)$ ,  $C(9;-7)$  принадлежат области определения функции  $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

$B(3;5)$

$A(3;-1)$

$C(9;-7)$ .

Областью определения функции  $z = \frac{2x - y - 5}{3x - 4y + 2}$  является:

$$3x - 4y + 2 = 0$$

$$2x - y - 5 \neq 0$$

$$3x - 4y + 2 \neq 0$$

Областью определения функции  $u = \lg(12x - 13y - 4z + 2)$  является:

$$12x - 13y - 4z + 2 \geq 0$$

$$12x - 13y - 4z + 2 < 0$$

$$12x - 13y - 4z + 2 > 0$$

$$12x - 13y - 4z + 2 = 0$$

### Задание 43

Дана функция  $z = 3x^2 + 4y^2 - 5xy + 2x - 5y + 4$ . Значение выражения  $\frac{\partial z}{\partial x} + 2\frac{\partial z}{\partial y}$  в точке  $A(1;-1)$

равно:

-24

-26

-23

23

### Задание 44

Дана функция  $z = 4x^2 + 2y^2 - 5xy + 2x - 5y + 6$ . Значение выражения  $\frac{\partial z}{\partial x} - 2\frac{\partial z}{\partial y}$  в точке  $A(1;-1)$

равно:

46

45

43

40

### Задание 45

Дана функция  $z = x^2 + 5y^2 - 5xy + 2x - 5y + 14$ . Значение выражения  $\frac{\partial z}{\partial x} - 2\frac{\partial z}{\partial y}$  в точке  $A(1;-1)$

равно:

49

### Задание 46

Частная производная  $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$  третьего порядка функции  $u = 3x^3 - 2x^2y$  равна:

### Задание 47

Значение выражения  $8\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} - 5\frac{\partial u}{\partial z}$  для функции  $u = 3x - 4y + 6z - 8 + x^2 - y^2 + z^2$  в точке  $A(-1; 1; -1)$  равно:

-22

238

-24

32

### Задание 48

Частные производные первого порядка функции  $z = 2x + 3y$  равны:

$$z'_x = 2; z'_y = 3$$

$$z'_x = 3; z'_y = 2$$

$$z'_x = 0; z'_y = 3$$

$$z'_x = 1; z'_y = 3$$

### Задание 49

Частные производные первого порядка функции  $z = 3x^3 - 2x^2y + 7xy^2 + y^3 - 23$  равны:

$$z'_x = 2x^2 + 14xy + 3y^2; z'_y = 9x^2 - 4xy + 7y^2$$

$$z'_x = 9x^2 - 4xy + 7y^2; z'_y = -2x^2 + 14xy + 3y^2$$

$$z'_x = -2x^2 + 14xy + 3y^2; z'_y = 9x^2 + 4xy + 7y^2$$

$$z'_x = -2x^2 + 7xy + 3y^2; z'_y = 9x^2 + xy + 7y^2$$

### Задание 50

Смешанная производная  $z''_{xy}$  функции  $z = x \cos y + y \sin x$  равна:

$$z''_{xy} = \sin \{2y\}$$

$$z''_{xy} = \sin \{y\} + \cos \{y\}$$

$$z''_{xy} = \cos \{x\} - \sin \{y\}$$

$$z''_{xy} = \sin \{y\} + \cos \{y\}$$

### Задание №51

Найти интеграл  $\int x 2^{-x} dx$  с помощью формулы интегрирования по частям.

Правильный ответ:  $\frac{-x+1}{e^x} + C$

## 7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

№ п/п	Вопросы к экзамену
1.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.

2.	Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
3.	Определение определенного интеграла.
4.	Условия существования определенного интеграла.
5.	Теорема. Достаточное условие интегрируемости.
6.	Основные свойства определенного интеграла.
7.	Определенный интеграл как функция верхнего предела
8.	Формула Ньютона – Лейбница.
9.	Замена переменной в определенном интеграле.
10.	Интегрирование по частям.
11.	Приближенные вычисления определенного интеграла.
12.	Вычисление площадей плоских фигур.
13.	Вычисление площади сектора в полярных координатах.
14.	Вычисление длины дуги кривой.
15.	Вычисление объема тела вращения.
16.	Вычисление площади поверхности вращения.
17.	Вычисление центра тяжести плоской фигуры.
18.	Вычисление работы переменной силы.
19.	Несобственные интегралы I рода – несобственные интегралы с бесконечными пределами.
20.	Несобственные интегралы II рода – несобственные интегралы от неограниченных функций.
21.	Признаки сходимости несобственных интегралов.
22.	n-мерные точечные множества.
23.	Евклидово n-мерное пространство.
24.	Открытые и замкнутые множества.
25.	Функция многих переменных.
26.	Область определения функций многих переменных.
27.	Линии уровня.
28.	Предел функции многих переменных в точке.
29.	Непрерывность функции многих переменных.
30.	Свойства функций, непрерывных на замкнутых множествах.
31.	Частные производные.
32.	Полный дифференциал функций многих переменных.
33.	Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
34.	Касательная плоскость
35.	Нормаль к поверхности.
36.	Производная сложной функции.
37.	Инвариантность формы полного дифференциала.
38.	Частные производные высших порядков.
39.	Неявные функции.
40.	Дифференцирование неявных функций.
41.	Касательная и нормаль к плоской кривой, заданной уравнением в неявном виде.
42.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Заданной уравнением в неявном виде.
43.	Производная по заданному направлению.
44.	Градиент.
45.	Понятия максимума и минимума функции многих переменных.
46.	Необходимые условия экстремума функции многих переменных.
47.	Достаточные условия существования экстремума функции многих переменных.
48.	Наибольшее и наименьшее значения функций нескольких переменных.

49.	Условный экстремум.
50.	Квадрируемые фигуры.
51.	Кубируемые тела
52.	Понятие двойного интеграла.
53.	Свойства двойного интеграла.
54.	Вычисление двойного интеграла.
55.	Замена переменных в двойном интеграле.
56.	Приложения двойных интегралов.
57.	Понятие тройного интеграла.
58.	Свойства тройного интеграла.
59.	Замена переменных в тройном интеграле.
60.	Вычисление тройных интегралов
61.	Приложения тройных интегралов.
62.	Числовые ряды.
63.	Сумма ряда.
64.	Необходимый признак сходимости
65.	Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (Даламбера, Коши, интегральный, сравнения).
66.	Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда.
67.	Приемы косвенного разложения функций в степенные ряды.
68.	Ряды Тейлора, Маклорена. Остаточный член.
69.	Сходимость функциональных рядов.
70.	Мажорирующий ряд.
71.	Почленное интегрирование и дифференцирование рядов.

### 7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
2	Экзамен (по накопительному рейтингу)	«отлично»	От 85 до 100 баллов.
		«хорошо»	От 70 до 84 баллов.
		«удовлетворительно»	От 55 до 69 баллов.
		«неудовлетворительно»	Менее 55 баллов.



## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Будаев В.Д., Якубсон М.Я.	Математический анализ : Функции одной переменной : [учебник] / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 544 с. : ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210800">https://e.lanbook.com/book/210800</a> (дата обращения: 01.10.2024). – Режим доступа: Электронно-библиотечная система "Лань". – ISBN 978-5-8114-1186-3. – Текст : электронный. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210800">https://e.lanbook.com/book/210800</a>	Учебник	2024	ЭБС «Лань»
2	Горлач Б. А.	Математический анализ: учебное пособие / Б. А. Горлач. - Санкт-Петербург: Лань, 2024. - 604с. ISBN 978-5-507-49010-3- Текст: электронный. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168477">https://e.lanbook.com/book/168477</a>	Учебное пособие	2024	ЭБС «Лань»
3	Воронин О. И., Жулего В. А., Демидов С. М., Чернецов Р. А., Попов А. М	Математический анализ: учебное пособие/ О.И. Воронин, В.А. Жулего, С.М. Демидов, Р.А. Чернецов, А.М. Попов: Издательство "Инфра-Инженерия": Лань, 2024.- 224с. ISBN 978-5-9729-1720-4- Текст: электронный. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/429137">https://e.lanbook.com/book/429137</a>	Учебное пособие	2024	ЭБС «Лань»
4	Фихтенгольц Г.М.	Основы математического анализа: учебник. [В 2 ч.] Ч. 1 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 14-е, стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 440 с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/">https://e.lanbook.com/book/</a> . - Режим доступа: Электронно-библиотечная система "Лань". - ISBN	Учебник	2022	ЭБС «Лань»

<b>№ п/п</b>	<b>Авторы, составители</b>	<b>Заглавие (заголовок)</b>	<b>Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)</b>	<b>Год издания</b>	<b>Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС</b>
		978-5-8114-9104-9. - Текст: электронный.			

## 8.2. Дополнительная литература

<b>№ п/п</b>	<b>Авторы, составители</b>	<b>Заглавие (заголовок)</b>	<b>Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)</b>	<b>Год издания</b>	<b>Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС</b>
1	Берман Г.Н.	Сборник задач по курсу математического анализа[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 492 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0657-9	Учебное пособие (задачник)	2016	ЭБС "Лань"
2	Будаев В. Д.	Математический анализ [Электронный ресурс] : Функции нескольких переменных : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 456 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-2595-2.	Учебник	2017	ЭБС "Лань"
3	Демидович Б.П.	Сборник задач и упражнений по математическому анализу[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б. П. Демидович. - Изд. 19-е, испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 624 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-2311-8.	Учебное пособие (задачник)	2017	ЭБС "Лань"
	Запорожец Г.И.	Руководство к решению задач по математическому анализу[Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. И. Запорожец. - Изд. 8-е, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 461 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная	Учебник	2014	ЭБС "Лань"

<b>№ п/п</b>	<b>Авторы, составители</b>	<b>Заглавие (заголовок)</b>	<b>Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)</b>	<b>Год издания</b>	<b>Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС</b>
		литература). - ISBN 978-5-8114-0912-9.			
4	Кремер Н.Ш.	Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер [и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА , 2015. - 481 с. - (Золотой фонд российских учебников). - ISBN 978-5-238-00991-9.	Учебное пособие.	2015	ЭБС "IPRbooks"
5	Фихтенгольц Г.М	. Основы математического анализа[Электронный ресурс] : учебник. [В 2 ч.] Ч. 1 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 10-е, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0190-1.	Учебник	2015	ЭБС "Лань"

### 8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ пп	Наименование	Ссылка
1	Springer Nature (Полнотекстовая коллекция журналов)	<a href="https://www.springernature.com/gp/products">https://www.springernature.com/gp/products</a>
2	Springer eBooks (Полнотекстовая коллекция электронных книг издательства Springer Nature)	<a href="https://link.springer.com/">https://link.springer.com/</a>
3	«Кодекс»	<a href="https://kodeks.ru/">https://kodeks.ru/</a>
4	ELIBRARY.RU (электронная библиотека научных публикаций)	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
5	"Гарант"	<a href="https://www.garant.ru/">https://www.garant.ru/</a>
6	"КонсультантПлюс"	<a href="https://www.consultant.ru/">https://www.consultant.ru/</a>
7	Техэксперт	<a href="https://cntd.ru/">https://cntd.ru/</a>

### 8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	WinPro 10 RUS Upgrd OLP NL Acdmc	Договор № 757 от 04.07.2018, срок действия - бессрочно; Контракт № 1653 от 14.12.2018, срок действия – бессрочно
2	Office Stdandard 2013 Russian OLP NL AcademicEdition	Контракт № 690 от 19.05.2015, срок действия - бессрочно)

### 8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (УЛК-413)	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая), проектор.
2	Помещение для самостоятельной работы обучающихся. (УЛК-105)	Столы, стулья, стеллажи (в т.ч. выставочные) с книгами, компьютеры,

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
		мобильные рабочие места.
3	Помещение для самостоятельной работы обучающихся. (УЛК-406)	Столы компьютерные, стулья, микрокомпьютеры raspberry pi 32 bit..